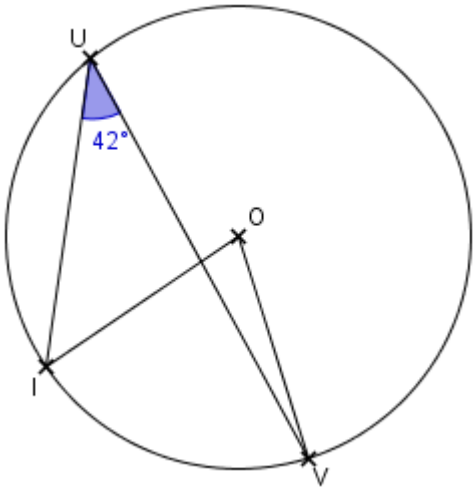
CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES n°1 – SUJET A

Exercice 1



Dans la figure ci-contre, I U et V sont trois points du cercle C de centre O. L'angle $\widehat{VUI}$ mesure 42°.

1) Calculer La mesure de l'angle $\widehat{VOI}$

Dans le cercle , on a :
- $\widehat{VUI} = 42°$.
- $\widehat{VUI}$ est un angle inscrit qui intercepte le petit arc $\widehat{VI}$
- $\widehat{VOI}$ est un angle au centre qui intercepte le petit arc $\widehat{VI}$

Or dans un cercle, la mesure d'un angle au centre est le double de la mesure d'un angle inscrit qui intercepte le même arc.
Donc $\widehat{VOI} = 2 \times \widehat{VUI}$
$\widehat{VOI} = 2 \times 42$
$\widehat{VOI} = 84°$
L'angle $\widehat{VOI}$ mesure 84°

2) Donner la nature du triangle VOI.

I et V sont deux points du cercle de centre O.
Donc IO = VO.
D'où **le triangle IOV est un triangle isocèle en O**

3) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{VIO}$

- Le triangle IOV est un triangle isocèle en O
- $\widehat{VOI} = 84°$

Or dans un triangle isocèle, les angles à la base sont de même mesure.
Donc $\widehat{VIO} = \widehat{OVI}$
De plus la somme des angles dans un triangle est égale à 180°.
On a alors :
$\widehat{VIO} + \widehat{OVI} + \widehat{VOI} = 180°$
$\widehat{VIO} + \widehat{VIO} + 84 = 180$
$2 \times \widehat{VIO} = 180 - 84$
$2 \times \widehat{VIO} = 96$
$\widehat{VIO} = \frac{96}{2}$
$\widehat{VIO} = 48°$
Donc l'angle $\widehat{VIO}$ mesure 48°

Exercice2

Une piscine PLOUFS à la forme d'un hexagone régulier (6 côtés) de centre I et de rayon 5 m.

1) Calculer l'angle au centre $\widehat{OIU}$ de l'hexagone régulier.

PLOUFS est un hexagone régulier à 6 côtés, donc l' angle au centre mesure :

$$\widehat{OIU} = \frac{360}{6}$$

$$\widehat{OIU} = 60°$$

2) Montrer que OUI est un triangle équilatéral.

Un hexagone régulier est inscriptible dans un cercle de centre I :

D'où les segments [IO] et [IU] sont des rayons.

Donc $IO = IU$

De plus on sait que $\widehat{OIU} = 60°$

Or un triangle isocèle ayant un angle de 60° est un triangle équilatéral donc OUI est un triangle équilatéral.

3) En déduire la mesure du périmètre de la piscine PLOUFS .

On sait que

- $IO = IU = 5\ m$
- *OUI est un triangle équilatéral donc :*

$$OU = UI = IO$$

On a donc $OU = 5m$

Or un polygone régulier a tous ses côtés de même mesure d'où

$\mathcal{P} = 6 \times OU$

$\mathcal{P} = 6 \times 5$

$\mathcal{P} = 30m$

Le périmètre de la piscine mesure 30m.

Exercice 3

Développer et réduire les expressions suivantes. *On détaillera les étapes de calculs*.

$A = 3(5x - 7)$
$A = 3 \times 5x + 3 \times (-7)$
$\boldsymbol{A = 15x - 21}$

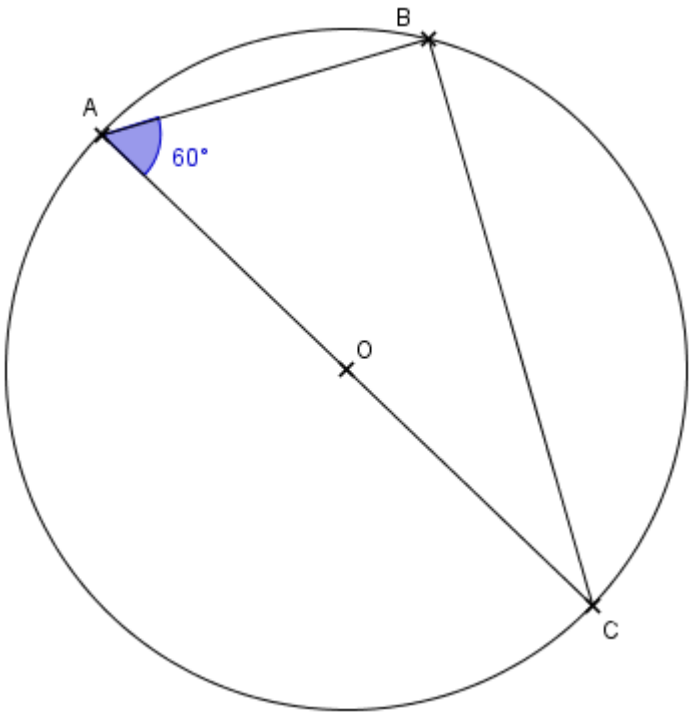
$B = (4x + 5)(2 + 3x)$
$B = 4x \times 2 + 4x \times 3x + 5 \times 2 + 5 \times 3x$
$B = 8x + 12x^2 + 10 + 15x$
$\boldsymbol{B = 12x^2 + 23x + 10}$

$C = 2x(5x - 3) + (x - 5)(2x - 3)$
$C = 2x \times 5x + 2x \times (-3) + x \times 2x + x \times (-3) + (-5) \times 2x + (-5) \times (-3)$
$C = 10x^2 - 6x + 2x^2 - 3x - 10x + 15$
$\boldsymbol{C = 12x^2 - 19x + 15}$

$D = 4x - (3 + x)(5x - 7)$
$D = 4x - \big(3 \times 5x + 3 \times (-7) + x \times 5x + x \times (-7)\big)$
$D = 4x - (15x - 21 + 5x^2 - 7x)$
$D = 4x - 15x + 21 - 5x^2 + 7x$
$\boldsymbol{D = -5x^2 - 4x + 21}$

Exercice 4

On considère la figure suivante.
L'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60°. AC est égal à 10 cm.
On note O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, A et C étant deux points diamétralement opposés.



1) Montrer que BAC est un triangle rectangle.

- Les points A, B et C appartiennent au cercle
- [AC] est un diamètre du cercle

Or si un triangle est inscrit dans un cercle et qu'un de ses cotés est un diamètre du cercle, alors il est rectangle.
Donc ABC est un triangle rectangle en B.

2) Calculer la longueur AB.

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$

$\cos(60°) = \frac{AB}{10}$

$AB = 10 \times \cos(60°)$

$\boldsymbol{AB = 5\ cm}$

3) Calculer la longueur BC au dixième près.

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$10^2 = 5^2 + BC^2$

$100 = 25 + BC^2$

$BC^2 = 100 - 25$

$BC^2 = 75$

$BC = \sqrt{75}$

$\boldsymbol{BC \approx 8,7\ cm}$

4) La droite (BO) coupe le cercle (C) en un autre point K.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BKC}$?
Justifier votre réponse.

$\widehat{BKC}$ est un angle inscrit qui intercepte le petit arc $\widehat{BC}$

$\widehat{BAC}$ est un angle inscrit qui intercepte le petit arc $\widehat{BC}$ et mesure 60°

Or dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont de même mesure.

Donc :

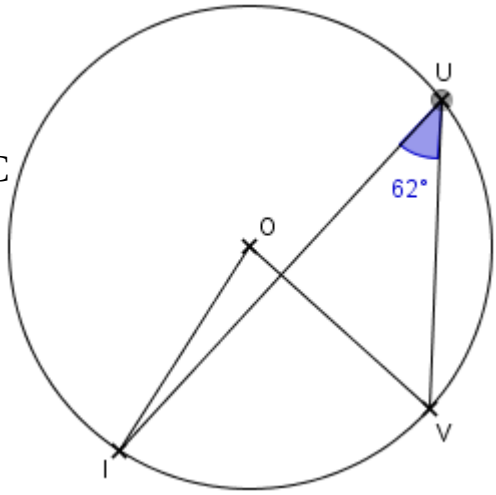
$\widehat{BKC} = \widehat{BAC}$

$\boldsymbol{\widehat{BKC} = 60°}$

L'angle $\widehat{BKC}$ mesure 60°

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES n°1 – SUJET B

Exercice 1



Dans la figure ci-contre, I U et V sont trois points du cercle C de centre O. L'angle $\widehat{VUI}$ mesure 62°.

1) Calculer La mesure de l'angle $\widehat{VOI}$

Dans le cercle , on a :
- $\widehat{VUI} = 62°$.
- $\widehat{VUI}$ est un angle inscrit qui intercepte le petit arc $\widehat{VI}$
- $\widehat{VOI}$ est un angle au centre qui intercepte le petit arc $\widehat{VI}$

Or dans un cercle, la mesure d'un angle au centre est le double de la mesure d'un angle inscrit qui intercepte le même arc.
Donc $\widehat{VOI} = 2 \times \widehat{VUI}$
$\widehat{VOI} = 2 \times 62$
$\mathbf{\widehat{VOI} = 124°}$
L'angle $\widehat{VOI}$ mesure 124°

2) Donner la nature du triangle VOI.

I et V sont deux points du cercle de centre O.
Donc IO = VO.
D'où **le triangle IOV est un triangle isocèle en O**

3) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{VIO}$

- Le triangle IOV est un triangle isocèle en O
- $\widehat{VOI} = 124°$

Or dans un triangle isocèle, les angles à la base sont de même mesure.
Donc $\widehat{VIO} = \widehat{OVI}$
De plus la somme des angles dans un triangle est égale à 180°.
On a alors :
$\widehat{VIO} + \widehat{OVI} + \widehat{VOI} = 180°$
$\widehat{VIO} + \widehat{VIO} + 124 = 180$
$2 \times \widehat{VIO} = 180 - 124$
$2 \times \widehat{VIO} = 56$
$\widehat{VIO} = \frac{56}{2}$
$\mathbf{\widehat{VIO} = 28°}$
Donc l'angle $\widehat{VIO}$ mesure 28°

Exercice2 :

Une alvéole d'abeille à la forme d'un hexagone régulier RUCHES (6 côtés) de centre I et de rayon 3mm.

1) Calculer l'angle au centre $\widehat{RIU}$ de l'hexagone régulier.

RUCHES est un hexagone régulier à 6 côtés, donc l'angle au centre mesure :

$$\widehat{RIU} = \frac{360}{6}$$

$$\widehat{RIU} = 60°$$

2) Montrer que RIU est un triangle équilatéral.

Un hexagone régulier est inscriptible dans un cercle de centre I :

D'où les segments [IR] et [IU] sont des rayons .

Donc $IR = IU$

De plus on sait que : $\widehat{RIU} = 60°$

Or un triangle isocèle ayant un angle de 60° est un triangle équilatéral donc RUI est un triangle équilatéral.

3) En déduire la mesure du périmètre d'une alvéole RUCHES.

On sait que

- $IR = IU = 3\ mm$
- *RUI est un triangle équilatéral donc :*

$$RU = UI = IR$$

On a donc $RU = 3mm$

Or un polygone régulier a tous ses côtés de même mesure d'où

$P = 6 \times RU$

$P = 6 \times 3$

$P = 18mm$

Le périmètre d'une alvéole mesure 18mm.

Exercice 3

Développer et réduire les expressions suivantes. *On détaillera les étapes de calculs*.

$A = 5(5x - 6)$
$A = 5 \times 5x + 5 \times (-6)$
$\boldsymbol{A = 25x - 30}$

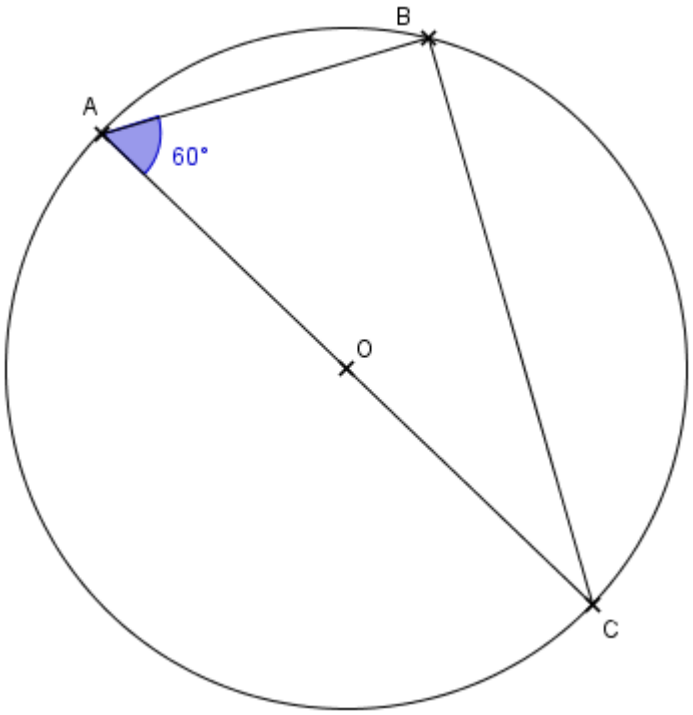
$B = (5x + 4)(2 + 3x)$
$B = 5x \times 2 + 5x \times 3x + 4 \times 2 + 4 \times 3x$
$B = 10x + 15x^2 + 8 + 12x$
$\boldsymbol{B = 15x^2 + 22x + 8}$

$C = 2x(3x - 5) + (x - 3)(2x - 5)$
$C = 2x \times 3x + 2x \times (-5) + x \times 2x + x \times (-5) + (-3) \times 2x + (-3) \times (-5)$
$C = 6x^2 - 10x + 2x^2 - 5x - 6x + 15$
$\boldsymbol{C = 8x^2 - 21x + 15}$

$D = 5x - (3 + x)(2x - 7)$
$D = 5x - \big(3 \times 2x + 3 \times (-7) + x \times 2x + x \times (-7)\big)$
$D = 5x - (6x - 21 + 2x^2 - 7x)$
$D = 5x - 6x + 21 - 2x^2 + 7x$
$\boldsymbol{D = -2x^2 + 6x + 21}$

Exercice 4

On considère la figure suivante.
L'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60°. AC est égal à 10 cm.
On note O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, A et C étant deux points diamétralement opposés.



5) Montrer que BAC est un triangle rectangle.

- Les points A, B et C appartiennent au cercle
- [AC] est un diamètre du cercle

Or si un triangle est inscrit dans un cercle et qu'un de ses cotés est un diamètre du cercle, alors il est rectangle.
Donc ABC est un triangle rectangle en B.

6) Calculer la longueur AB.

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$

$\cos(60°) = \frac{AB}{10}$

$AB = 10 \times \cos(60°)$
$\boldsymbol{AB = 5\ cm}$

7) Calculer la longueur BC au dixième près.

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$10^2 = 5^2 + BC^2$
$100 = 25 + BC^2$
$BC^2 = 100 - 25$
$BC^2 = 75$
$BC = \sqrt{75}$
$\boldsymbol{BC \approx 8,7\ cm}$

8) La droite (BO) coupe le cercle (C) en un autre point K.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BKC}$?
Justifier votre réponse.

$\widehat{BKC}$ est un angle inscrit qui intercepte le petit arc $\widehat{BC}$
$\widehat{BAC}$ est un angle inscrit qui intercepte le petit arc $\widehat{BC}$ et mesure 60°
Or dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont de même mesure.
Donc :
$\widehat{BKC} = \widehat{BAC}$
$\boldsymbol{\widehat{BKC} = 60°}$
L'angle $\widehat{BKC}$ mesure 60°