Correction du DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES n°1

Exercice 1 : Des bougies

Trois bougies sont représentées ci-dessous.
Elles ont une hauteur de 20 cm. Leurs bases sont des carrés de 7 cm de côté ou des disques de 7 cm de diamètre.



1) Calculer le volume de cire, arrondi au centilitre près, de chacune de ces bougies.
   Rappel : 1 cL = 10 cm^3

- **Bougie Pavé droit :**

$$V = c^2 \times h$$
$$V = 7^2 \times 20$$
$$V = 980$$

Le volume de la bougie en forme d'un pavé droit est de $980\ cm^3$ soit 98 cL.

- **Bougie Cylindre :**

$$V = \pi R^2 \times h$$
$$V = \pi \times 3{,}5^2 \times 20$$
$$V = 245\pi$$
$$V \approx 770$$

Le volume de la bougie en forme d'un cylindre est d'environ $770\ cm^3$ soit 77cL.

- **Bougie Pyramide:**

$$V = \frac{c^2 \times h}{3}$$
$$V = \frac{980}{3}$$
$$V \approx 327$$

Le volume de la bougie en forme d'un pyramide est d'environ $327\ cm^3$ soit 33 cL.

2) Noé : « Il faut exactement 98 cL de cire pour fabriquer 3 bougies en forme de pyramide. »
   Ali : « Comment peux-tu l'affirmer puisque l'on ne connaît pas exactement le volume de cire d'une bougie ? »
   Noé a-t-il raison ? *Si oui, expliquer son raisonnement.*

Bougie Pavé droit :
$$V = c^2 \times h$$

Bougie Pyramide :
$$V = \frac{c^2 \times h}{3}$$

Le volume de 3 bougies en forme de Pyramide est égale à celui d'une bougie en forme de pavé droit ayant la même base d'où 98 cL.

Exercice 2 : Des angles

Soient deux cercles de centres B et C tangents en un point A.

1) Donner la mesure de l'angle $\widehat{DAE}$,
   Justifier la réponse.

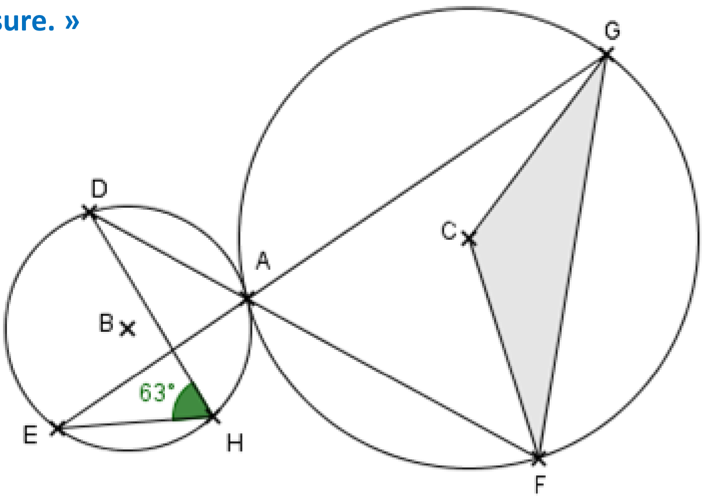
Dans le cercle de centre B.
On sait que :
$\widehat{DHE} = 63°$
$\widehat{DHE}$ ***est un angle inscrit***
$\widehat{DAE}$ ***est un angle inscrit***
Ils interceptent le même arc $\widehat{DE}$.

Or : « Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc, ont la même mesure. »

Donc
$\widehat{DAE} = \widehat{DHE}$
$\widehat{DAE} = 63°$

2) Montrer que l'angle $\widehat{GAF}$ mesure 63°.

Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en A, elles forment deux angles $\widehat{GAF}$ et $\widehat{DAE}$ opposés par le sommet.
Or : « Deux opposés par le sommet ont la même mesure. »
Donc :
$\widehat{GAF} = \widehat{DAE}$
$\widehat{GAF} = 63°$



3) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{FCG}$?
   Justifier la réponse.

Dans le cercle de centre C.
On sait que :
$\widehat{GAF} = 63°$
$\widehat{GAF}$ ***est un angle inscrit***
$\widehat{GCF}$ ***est un angle au centre***
Ils interceptent le même arc $\widehat{GF}$.

Or : « Dans un cercle la mesure d'un angle au centre est le double de celle de l' angle inscrit qui intercepte le même arc. »

Donc
$\widehat{GCF} = 2 \times \widehat{GAF}$
$\widehat{GCF} = 2 \times 63°$
$\widehat{GCF} = 126°$

Exercice 3 : Quelques calculs

1) Calculer l'expression suivante.
(*On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible*.)

$$A = \frac{8}{7} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{15}$$

2) Donner l'expression suivante sous la forme d'une notation scientifique.

$B = \frac{7\times10^{91}\times\left(10^{-3}\right)^2\times9}{10^{-36}\times210}$ ou $B = \frac{7\times10^{91}\times\left(10^{-3}\right)^2\times9}{10^{-36}\times21}$ suivant les classes

$A = \frac{8}{7} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{15}$

$A = \frac{8}{7} - \frac{5 \times 1}{7 \times 15}$

$A = \frac{8}{7} - \frac{5 \times 1}{7 \times 3 \times 5}$

$A = \frac{8}{7} - \frac{1}{21}$

$A = \frac{8 \times 3}{7 \times 3} - \frac{1}{21}$

$A = \frac{24}{21} - \frac{1}{21}$

$A = \frac{24 - 1}{21}$

$A = \frac{23}{21}$

$B = \frac{7 \times 10^{91} \times (10^{-3})^2 \times 9}{10^{-36} \times 210}$

$B = \frac{7 \times 9}{210} \times \frac{10^{91} \times (10^{-3})^2}{10^{-36}}$

$B = \frac{7 \times 3 \times 3}{7 \times 3 \times 10} \times \frac{10^{91} \times 10^{-6}}{10^{-36}}$

$B = 0{,}3 \times 10^{91-6+36}$

$B = 0{,}3 \times 10^{121}$

$B = 3 \times 10^{-1} \times 10^{121}$

$B = 3 \times 10^{120}$

$B = \frac{7 \times 10^{91} \times (10^{-3})^2 \times 9}{10^{-36} \times 21}$

$B = \frac{7 \times 9}{21} \times \frac{10^{91} \times (10^{-3})^2}{10^{-36}}$

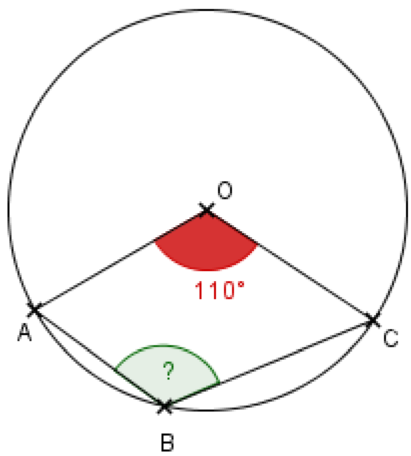
$B = \frac{7 \times 3 \times 3}{7 \times 3} \times \frac{10^{91} \times 10^{-6}}{10^{-36}}$

$B = 3 \times 10^{91-6+36}$

$B = 3 \times 10^{121}$

Exercice 4 : Un angle

Figure 1



Dans le cercle de centre O.

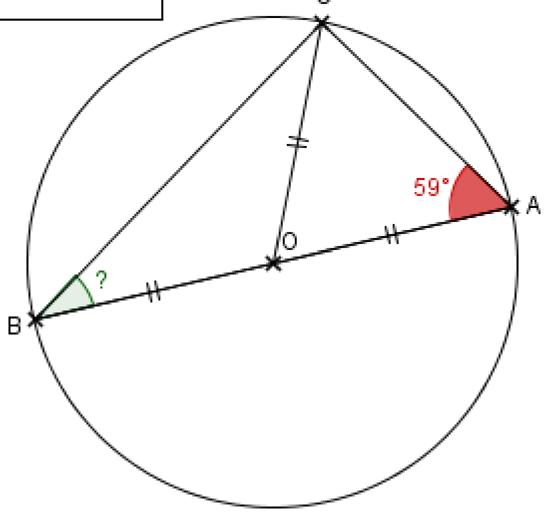
$$\widehat{AOC} + \widehat{AOC} = 360°$$
$$110° + \widehat{AOC} = 360°$$
$$\widehat{AOC} = 360° - 110°$$
$$\widehat{AOC} = 250°$$

On sait que :
$\widehat{ABC}$ est un cercle inscrit.
$\widehat{AOC}$ est un cercle au centre.
Ils interceptent le même grand arc $\overset{\frown}{AC}$.

Or : « Dans un cercle la mesure d'un angle au centre est le double de celle de l' angle inscrit qui intercepte le même arc. »
Donc $\widehat{AOC} = 2 \times \widehat{ABC}$ d'où

$$\widehat{ABC} = \widehat{AOC} \div 2$$
$$\widehat{ABC} = 250° \div 2$$
$$\widehat{ABC} = 125°$$

Figure 2



Le point C appartient au cercle de centre O
[AB]est un diamètre du cercle .

Or « si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un de ses diamètres alors le triangle obtenu est rectangle en ce point. »

donc le triangle ABC est rectangle en C.

De plus
« Dans un triangle rectangle les angles aigus sont complémentaires. »

Donc
$\widehat{ABC}+\widehat{BAC} = 90°$
$\widehat{ABC} + 59° = 90°$
$\widehat{ABC} = 90° - 59°$

$$\widehat{ABC} = 31°$$

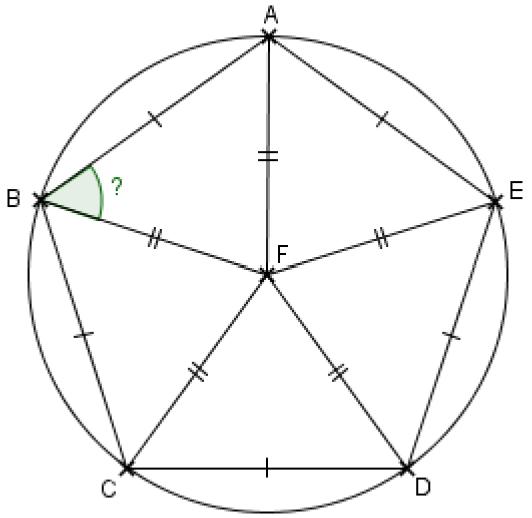


Figure 3

ABCDE est un pentagone régulier de centre F donc :

$$\widehat{AFB} = \frac{360°}{5}$$
$$\widehat{AFB} = 72°$$

Le pentagone ABCDE est inscrit dans le cercle de centre F
[AF]et [BF] sont des rayons du cercle donc ABF est un triangle isocèle en F.
Or « les angles à la base d'un triangle isocèle sont de même mesure »

Donc $\widehat{ABF} = \widehat{BAF}$

De plus « La somme des angles d'un triangle est égale à 180° »
$$\widehat{ABF} + \widehat{BAF} + \widehat{AFB} = 180°$$
$$2 \times \widehat{BAF} + 72° = 180°$$
$$2 \times \widehat{BAF} = 180° - 72°$$
$$\widehat{BAF} = 108° \div 2$$
$$\widehat{BAF} = 54°$$

Donc $\widehat{ABF} = \widehat{BAF} = 54°$